

# デジタル回路講義資料

## 第3回 論理回路設計

担当：古橋武

# STEP 2 レポートト課題解答 真理値表を用いて以下の式が正しいことを示せ.

(1)分配則  $X_2(X_1 + X_0) = X_2X_1 + X_2X_0$   
 $X_2 + X_1X_0 = (X_2 + X_1)(X_2 + X_0)$

$X_2(X_1 + X_0) = X_2X_1 + X_2X_0$ の証明

$X_2$	$X_1$	$X_0$	$X_1+X_0$	$X_2(X_1+X_0)$	$X_2X_1$	$X_2X_0$	$X_2X_1+X_2X_0$
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	1	0	1	1
1	1	0	1	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1

$X_2 + X_1X_0 = (X_2 + X_1)(X_2 + X_0)$ の証明

$X_2$	$X_1$	$X_0$	$X_1X_0$	$X_2+X_1X_0$	$X_2+X_1$	$X_2+X_0$	$(X_2+X_1)(X_2+X_0)$
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1

## (2) ド・モルガン則

$\overline{X_1 + X_0} = \bar{X}_1 \bar{X}_0$  の証明

$X_1$	$X_0$	$X_1 + X_0$	$\overline{X_1 + X_0}$	$\bar{X}_1$	$\bar{X}_0$	$\bar{X}_1 \bar{X}_0$
0	0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0	0
1	0	1	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0	0

(3)  $\bar{X}_1 \bar{X}_0 + X_1 \bar{X}_0 + X_1 X_0 = X_1 + \bar{X}_0$  の証明

$X_1$	$X_0$	$\bar{X}_1$	$\bar{X}_0$	$\bar{X}_1 \bar{X}_0$	$X_1 \bar{X}_0$	$X_1 X_0$	$\bar{X}_1 \bar{X}_0 + X_1 \bar{X}_0 + X_1 X_0$	$X_1 + \bar{X}_0$
0	0	1	1	1	0	0	1	1
0	1	1	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	1	0	1	1
1	1	0	0	0	0	1	1	1

(4)  $\bar{X}_2 X_1 X_0 + X_2 X_1 \bar{X}_0 + X_2 X_1 X_0 = X_2 X_1 + X_1 X_0$  の証明

$X_2$	$X_1$	$X_0$	$\bar{X}_2$	$\bar{X}_0$	$\bar{X}_2 X_1 X_0$	$X_2 X_1 \bar{X}_0$	$X_2 X_1 X_0$	$\bar{X}_2 X_1 X_0 + X_2 X_1 \bar{X}_0 + X_2 X_1 X_0$	$X_1 X_0$	$X_2 X_1$	$X_2 X_1 + X_1 X_0$
0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	
0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	
0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	
0	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	
1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	
1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	
1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	
1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	

# 論理回路設計

$X_1$	$X_0$	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

# 論理回路設計

$X_1$	$X_0$	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

$$Y = \overline{X_1} \overline{X_0}$$

$$Y = X_1 \overline{X_0}$$

$$Y = X_1 X_0$$

# 論理回路設計

$X_1$	$X_0$	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

$$Y = \overline{X_1} \cdot \overline{X_0}$$

$$Y = X_1 \cdot \overline{X_0}$$

$$Y = X_1 \cdot X_0$$

いずれの式が 1 となっても出力Yが1となるためには

# 論理回路設計

$X_1$	$X_0$	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

$$Y = \overline{X_1} \overline{X_0}$$

$$Y = X_1 \overline{X_0}$$

$$Y = X_1 X_0$$

いずれの式が1となっても  
出力Yが1となるためには

$$Y = \overline{X_1} \overline{X_0} + X_1 \overline{X_0} + X_1 X_0$$

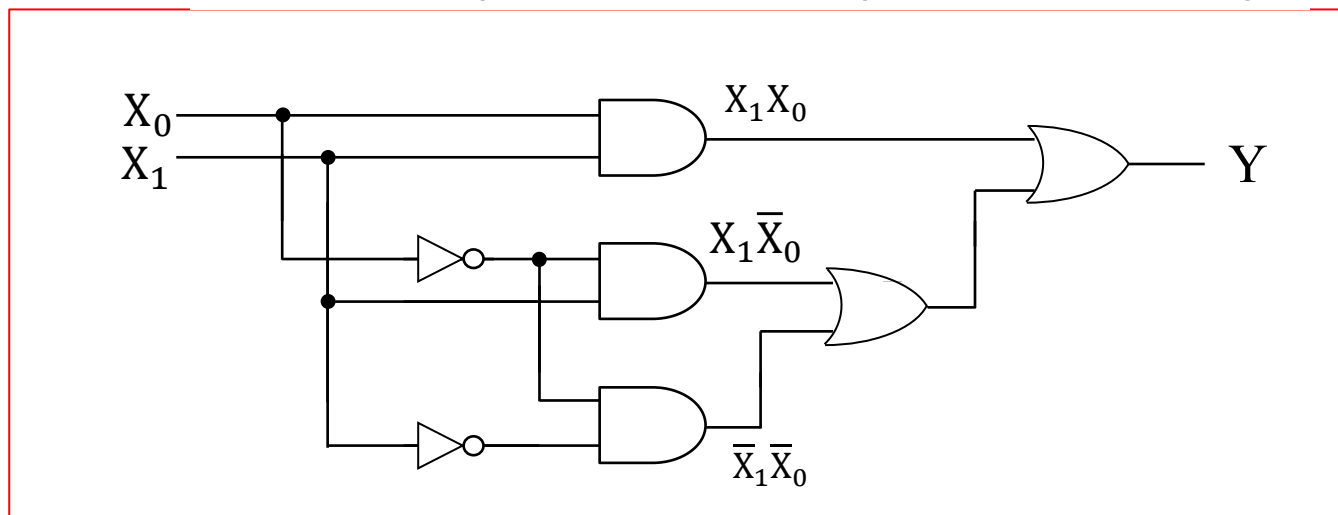
# 論理回路設計

$X_1$	$X_0$	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

$$Y = \overline{X_1} \overline{X_0}$$
$$Y = X_1 \overline{X_0}$$
$$Y = X_1 X_0$$

いずれの式が1となっても  
出力Yが1となるためには

$$Y = \overline{X_1} \overline{X_0} + X_1 \overline{X_0} + X_1 X_0$$





## 論理回路の簡単化

$$Y = \overline{X}_1 \overline{X}_0 + \boxed{X_1 \overline{X}_0} + X_1 X_0$$


$$X \overline{Y} = X \overline{Y} + X \overline{Y}$$

# 論理回路の簡単化

$$Y = \overline{X_1} \overline{X_0} + \boxed{X_1 \overline{X_0}} + X_1 X_0$$

$$X \overline{Y} = X \overline{Y} + X \overline{Y}$$

$$= \overline{X_1} \overline{X_0} + \boxed{X_1 \overline{X_0} + X_1 \overline{X_0}} + X_1 X_0$$

# 論理回路の簡単化

$$Y = \bar{X}_1 \bar{X}_0 + \boxed{X_1 \bar{X}_0} + X_1 X_0$$

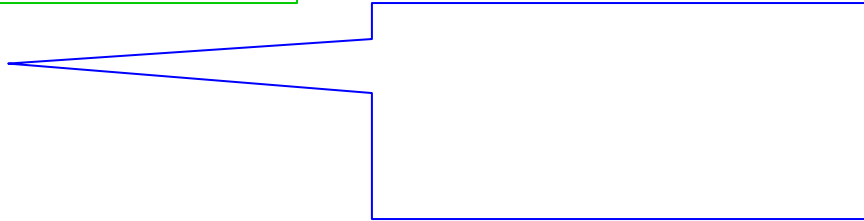
$$X \bar{Y} = X \bar{Y} + X \bar{Y}$$

$$= \bar{X}_1 \bar{X}_0 + \boxed{X_1 \bar{X}_0} + X_1 \bar{X}_0 + X_1 X_0$$

$$\bar{X} Y + X Y = (\bar{X} + X) Y$$

$$= \boxed{(\bar{X}_1 + X_1) \bar{X}_0} + X_1 (\bar{X}_0 + X_0)$$

$$Y = (\overline{X_1} + X_1) \overline{X_0} + X_1 (\overline{X_0} + X_0)$$



$$Y = (\overline{X}_1 + X_1) \overline{X}_0 + X_1 (\overline{X}_0 + X_0)$$

$$= \overline{X}_0$$

+

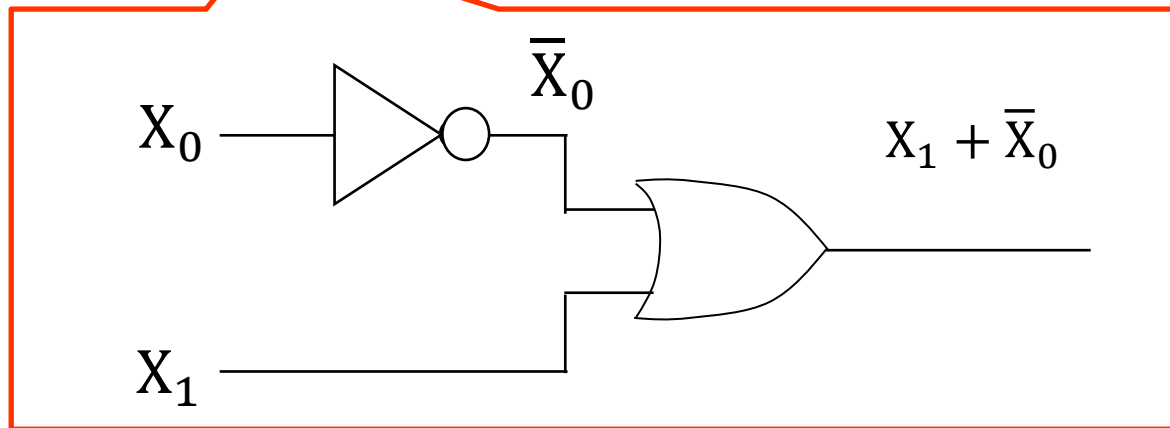
$$X_1$$

$$\overline{X} + X = 1$$

$$Y = (\bar{X}_1 + X_1) \bar{X}_0 + X_1 (\bar{X}_0 + X_0)$$

$$= \bar{X}_0 + X_1$$

$\bar{X} + X = 1$



## 負論理の利用

$X_1$	$X_0$	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

## 負論理の利用

$X_1$	$X_0$	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

$$\overline{Y} = \overline{X_1} X_0$$



# 負論理の利用

$X_1$	$X_0$	$Y$
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

$$\overline{Y} = \overline{X_1} X_0$$

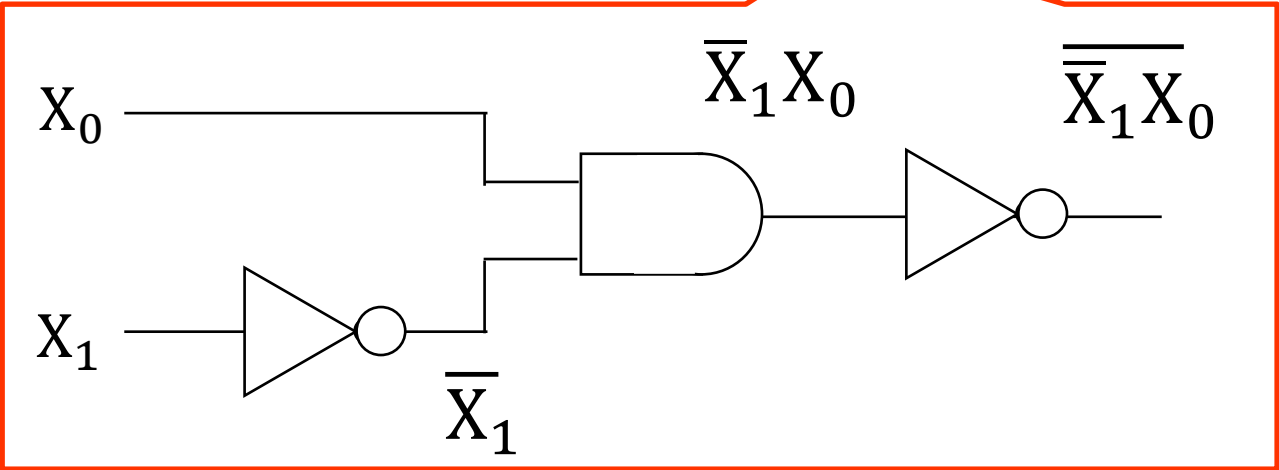
$$Y = \overline{\overline{Y}} = \overline{\overline{\overline{X_1} X_0}}$$

# 負論理の利用

$X_1$	$X_0$	$Y$
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

$$\overline{Y} = \overline{X_1} X_0$$

$$Y = \overline{\overline{Y}} = \overline{\overline{X_1} X_0}$$



# 負論理の利用 ➡ ド・モルガンによる変形

$X_1$	$X_0$	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

$$Y = \overline{\overline{X_1}} X_0$$

# 負論理の利用 ➡ ド・モルガンによる変形

$X_1$	$X_0$	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

$$Y = \overline{\overline{X_1} X_0}$$

ド・モルガン

$$= X_1 + \overline{X_0}$$

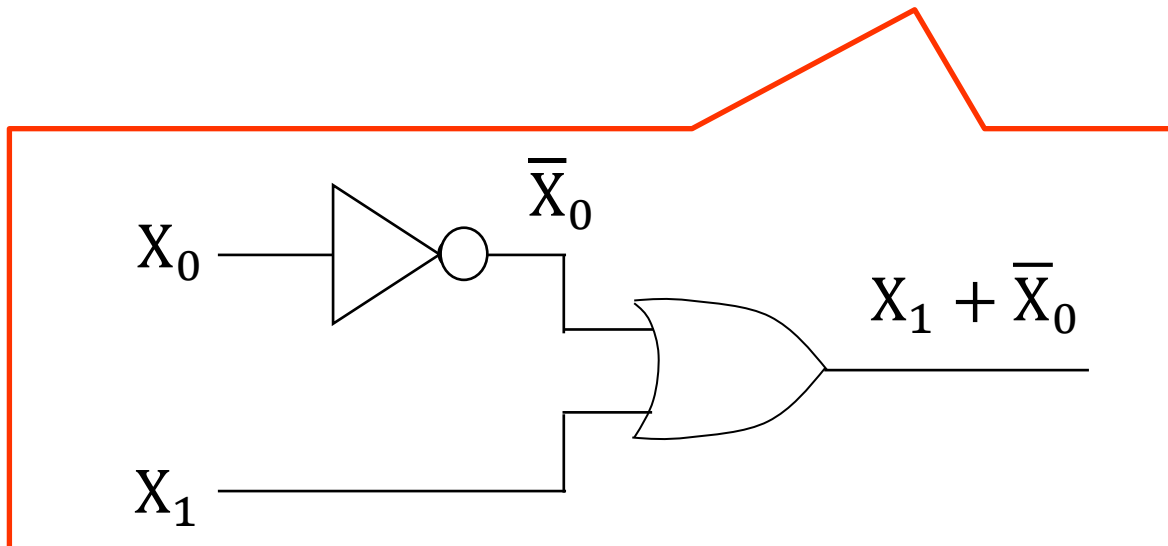
# 負論理の利用 ➡ ド・モルガンによる変形

$X_1$	$X_0$	$Y$
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

$$Y = \overline{\overline{X_1}} X_0$$

ド・モルガン

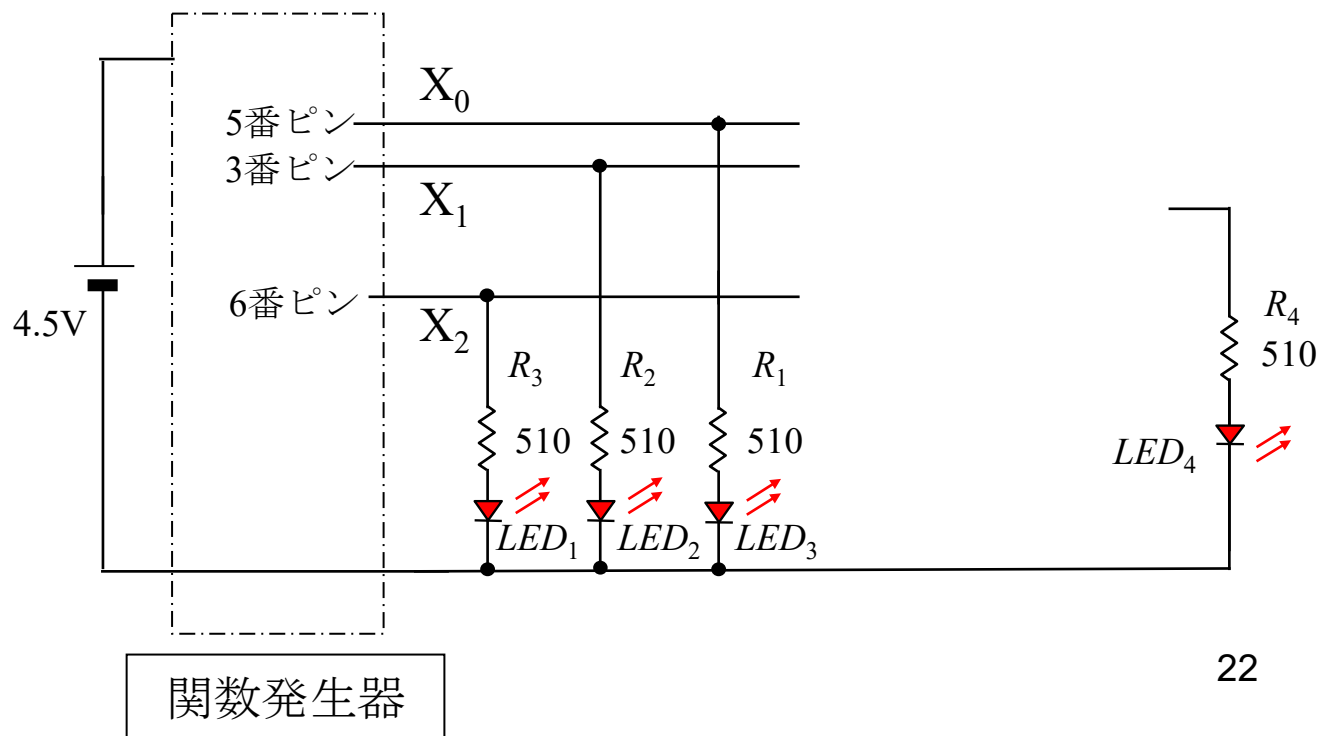
$$= X_1 + \overline{X_0}$$



# 論理回路設計 (3 入力)

$X_2$	$X_1$	$X_0$	$Y$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

$$Y = \overline{X_2}X_1X_0 + X_2X_1\overline{X_0} + X_2X_1X_0$$

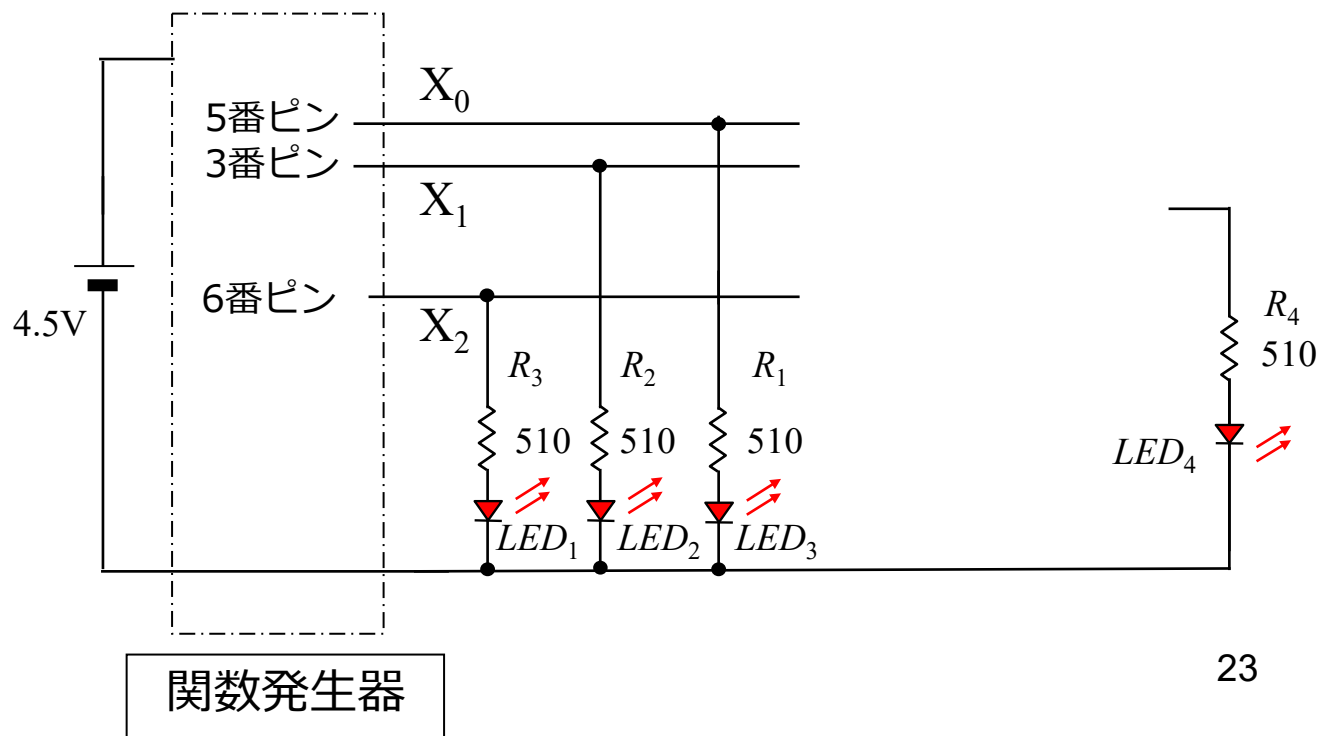


# 論理回路設計 (3 入力)

$X_2$	$X_1$	$X_0$	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

$$Y = \overline{X_2}X_1X_0 + X_2X_1\overline{X_0} + X_2X_1X_0$$

$$= X_1X_0 + X_2X_1$$

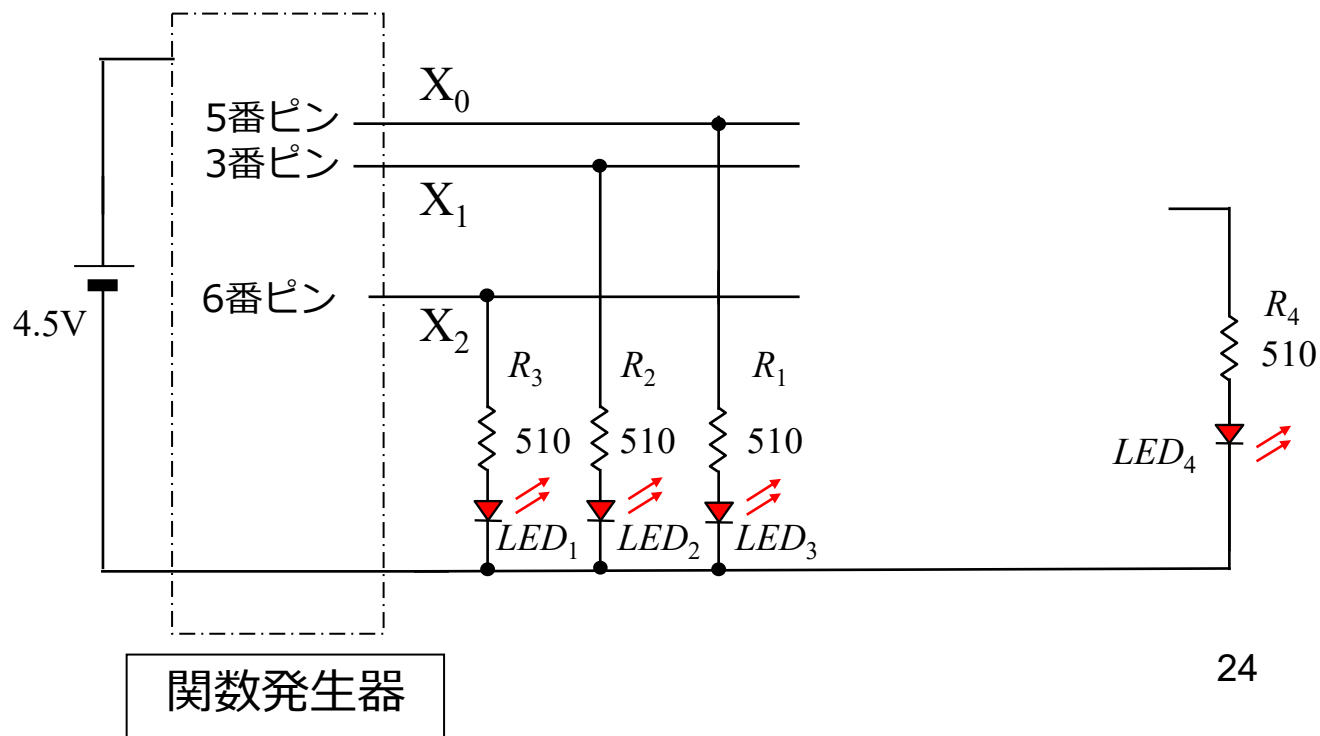


# 論理回路設計 (3 入力)

$X_2$	$X_1$	$X_0$	$Y$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

$$Y = \overline{X_2}X_1X_0 + X_2X_1\overline{X_0} + X_2X_1X_0$$

$$= X_1X_0 + X_2X_1$$



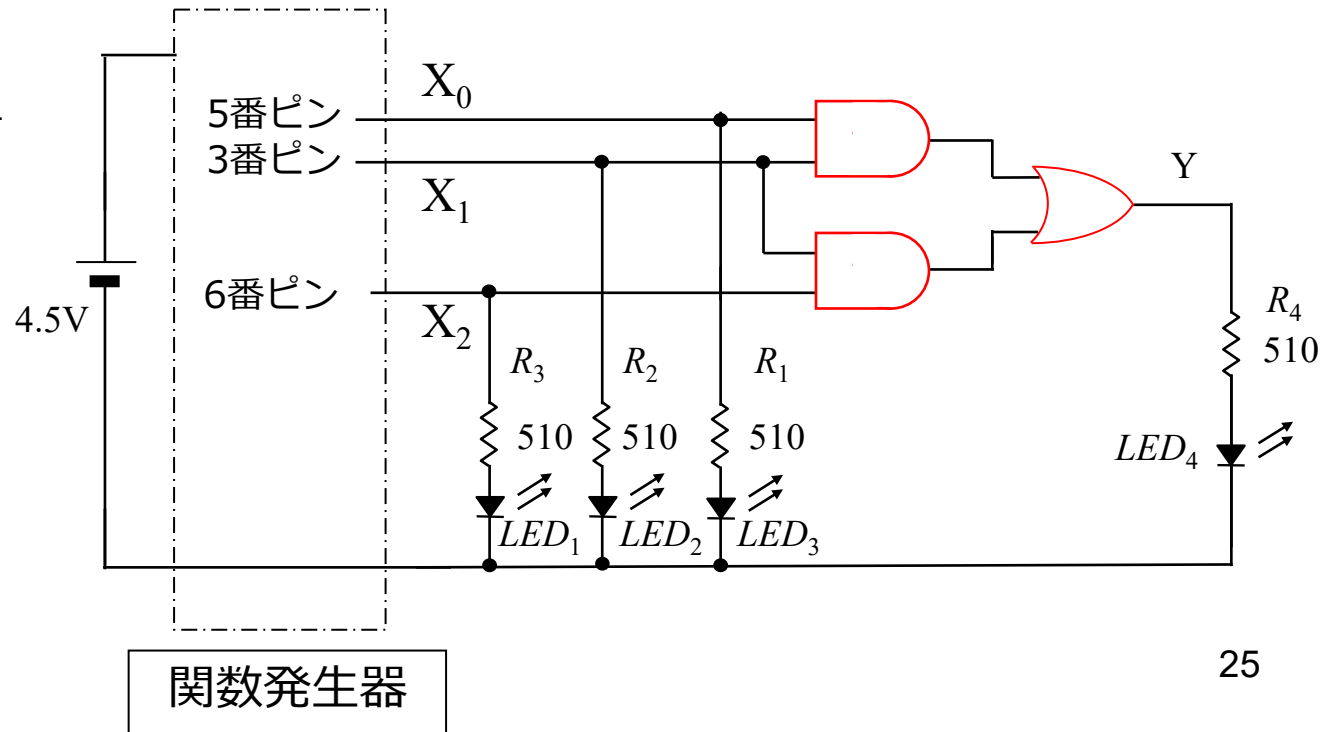


# 論理回路設計 (3 入力)

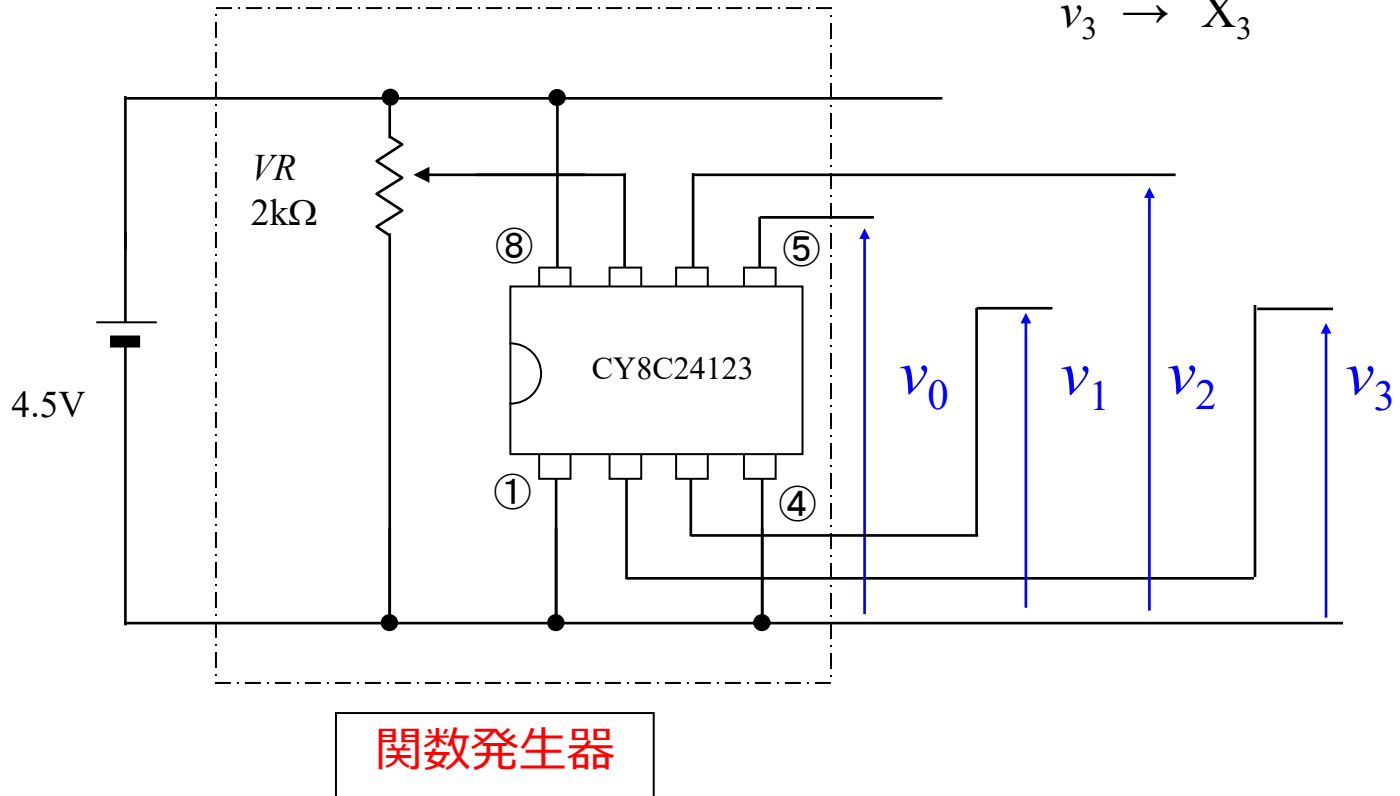
$X_2$	$X_1$	$X_0$	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

$$Y = \overline{X_2}X_1X_0 + X_2X_1\overline{X_0} + X_2X_1X_0$$

$$= X_1X_0 + X_2X_1$$

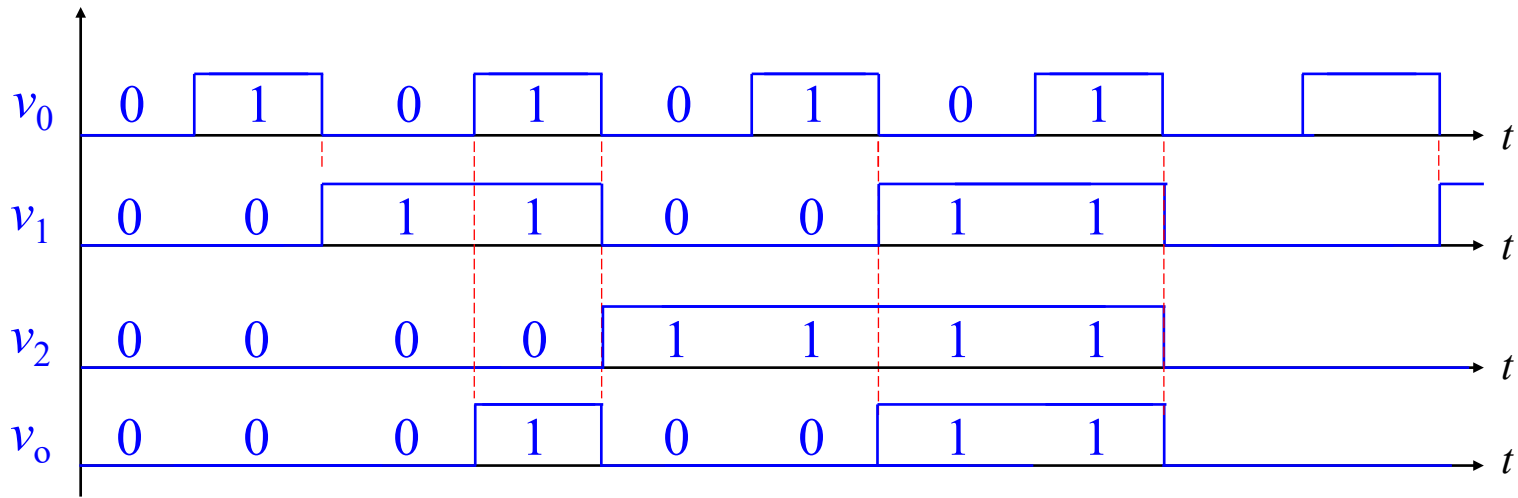
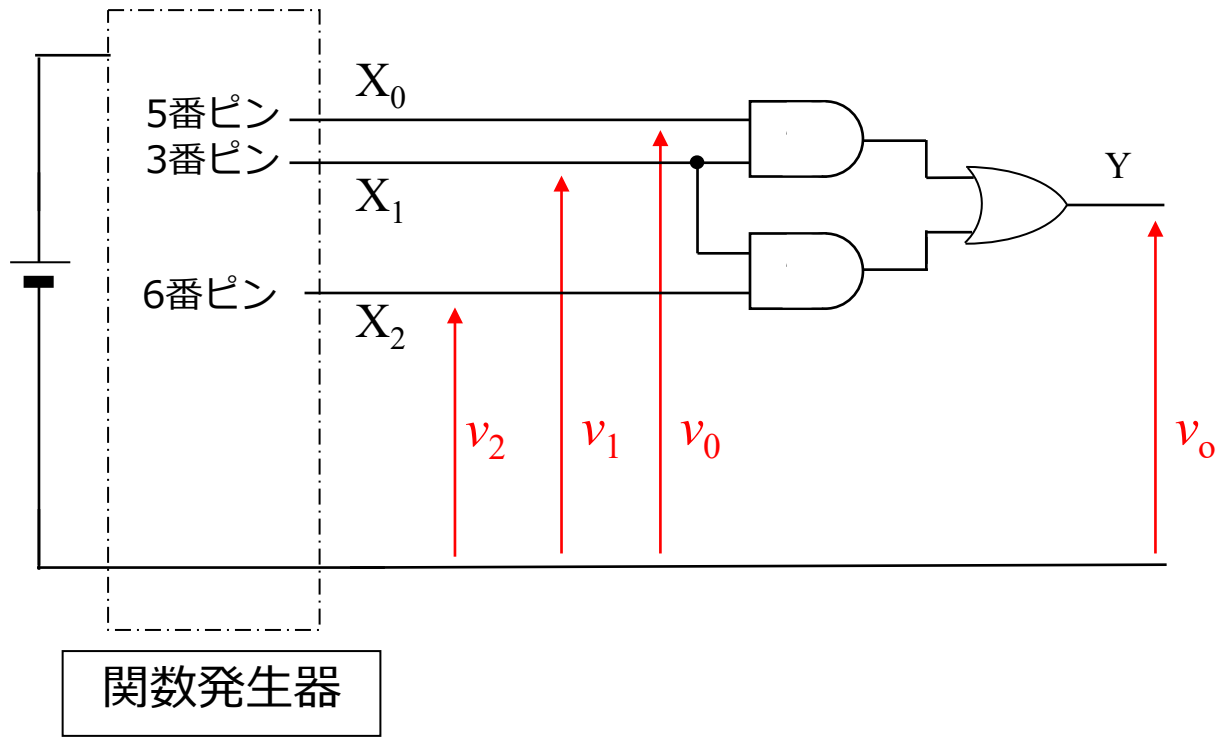


$v_0 \rightarrow X_0$   
 $v_1 \rightarrow X_1$   
 $v_2 \rightarrow X_2$   
 $v_3 \rightarrow X_3$



# 論理回路設計例

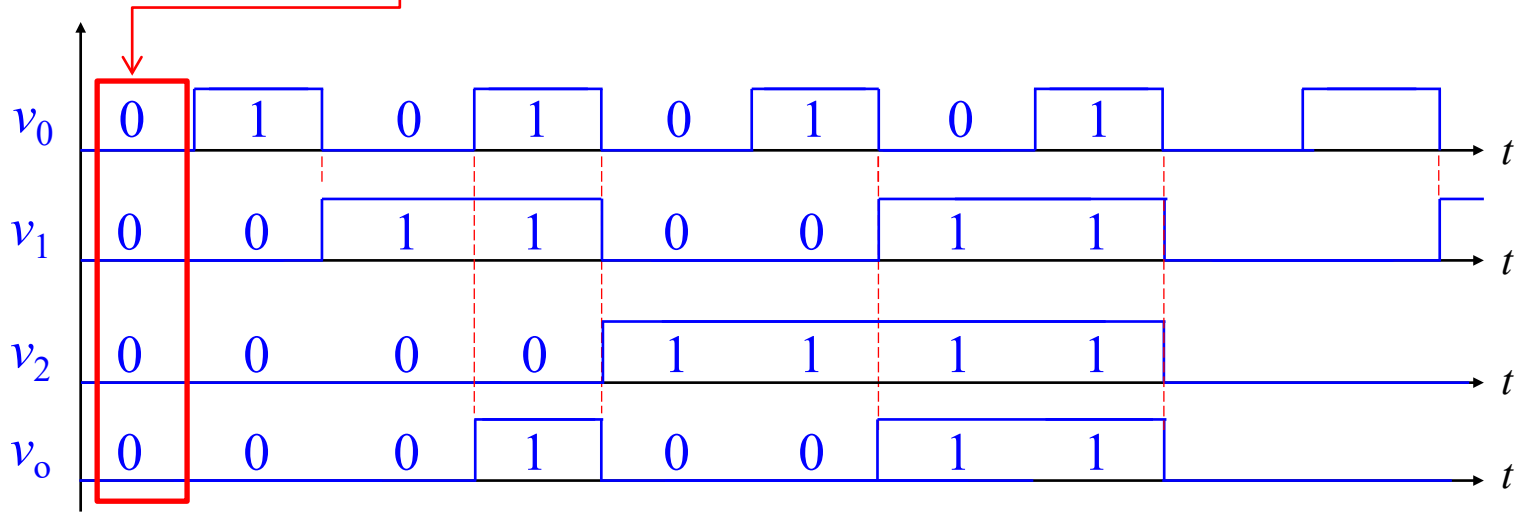
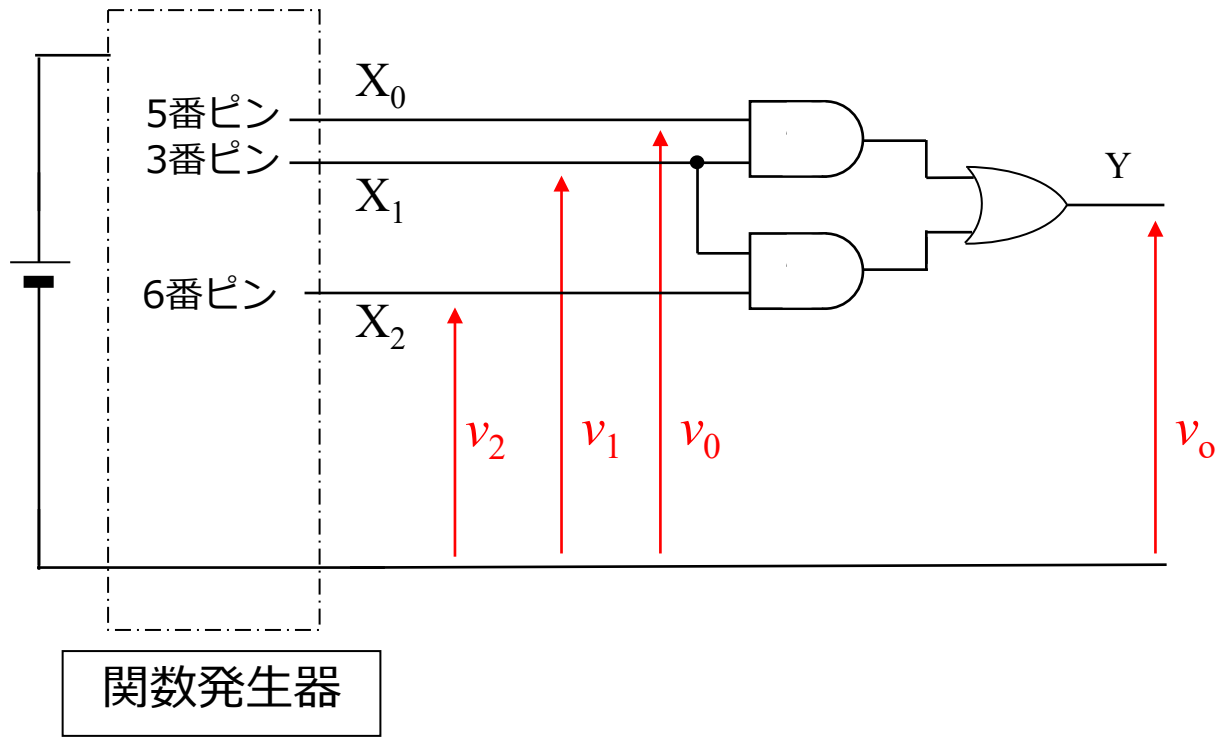
$X_2$	$X_1$	$X_0$	$Y$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1



タイムチャート

# 論理回路設計例

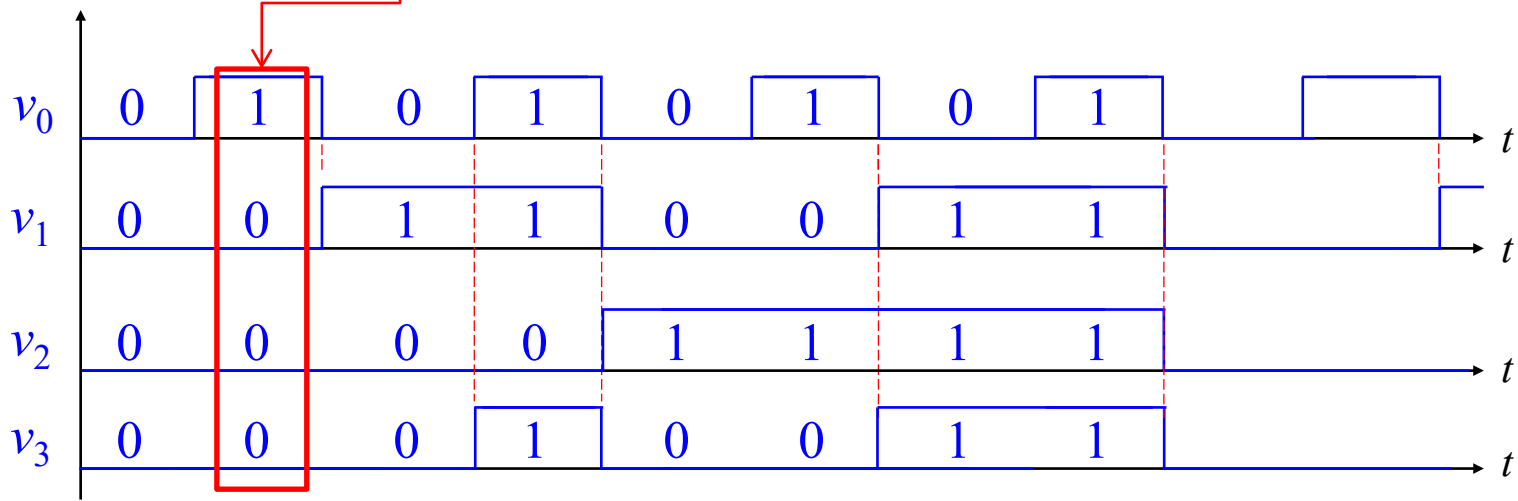
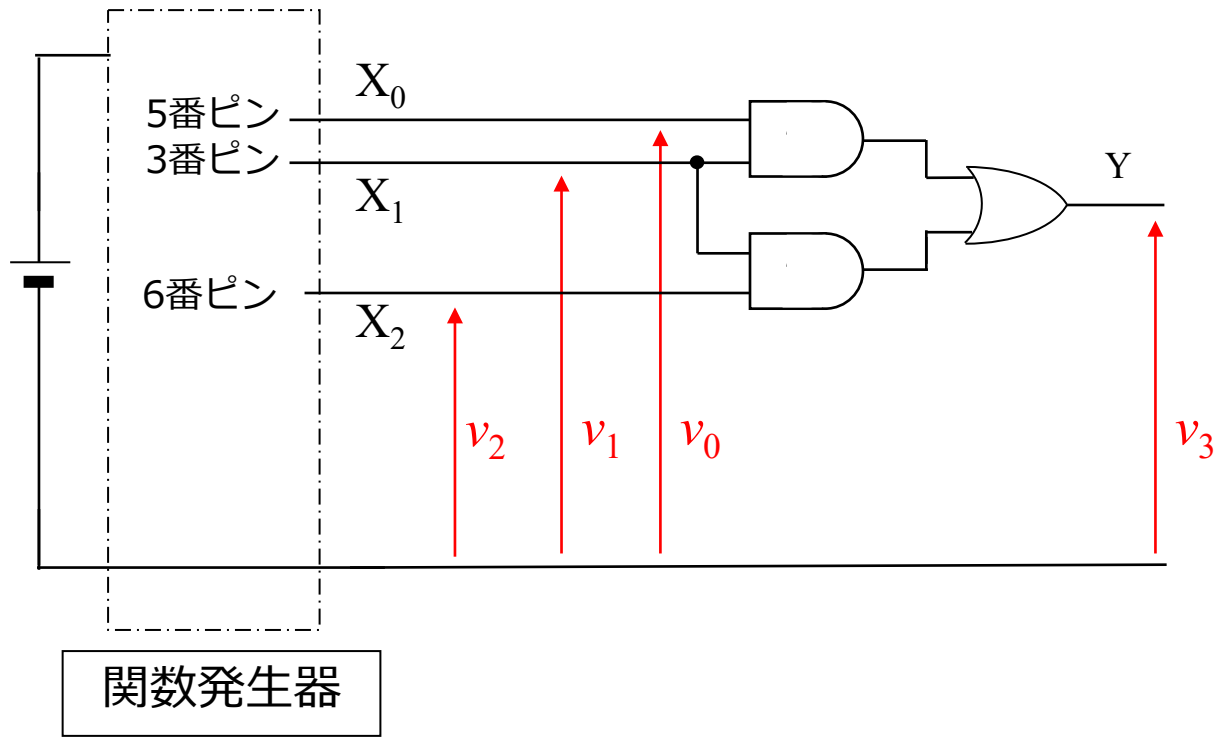
$X_2$	$X_1$	$X_0$	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1



タイムチャート

# 論理回路設計例

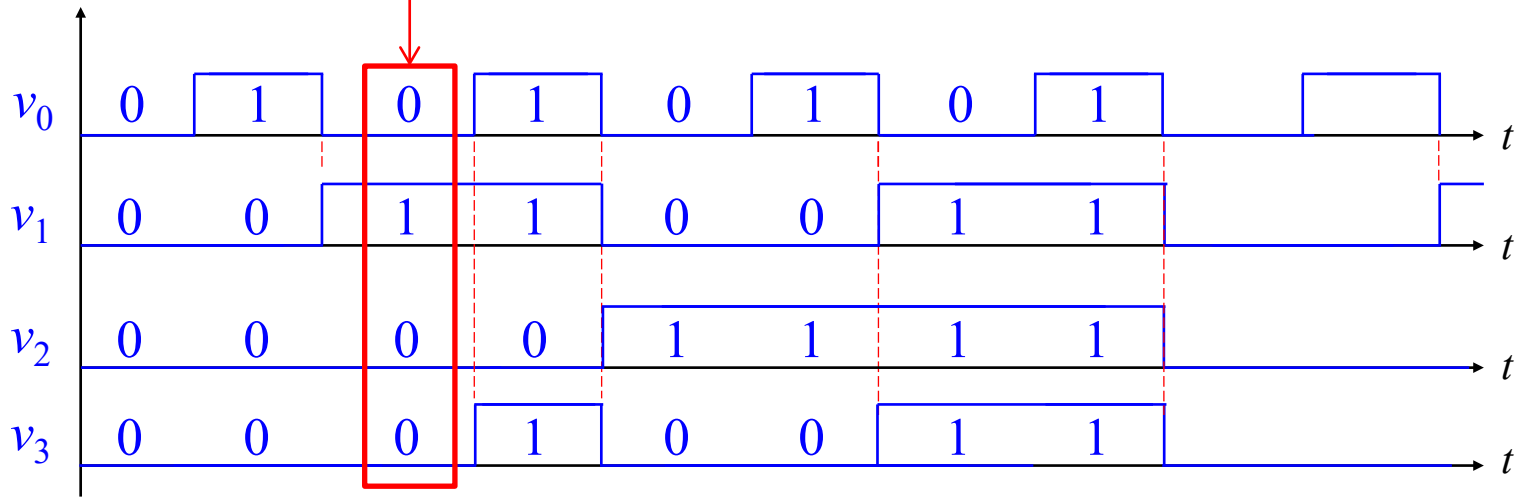
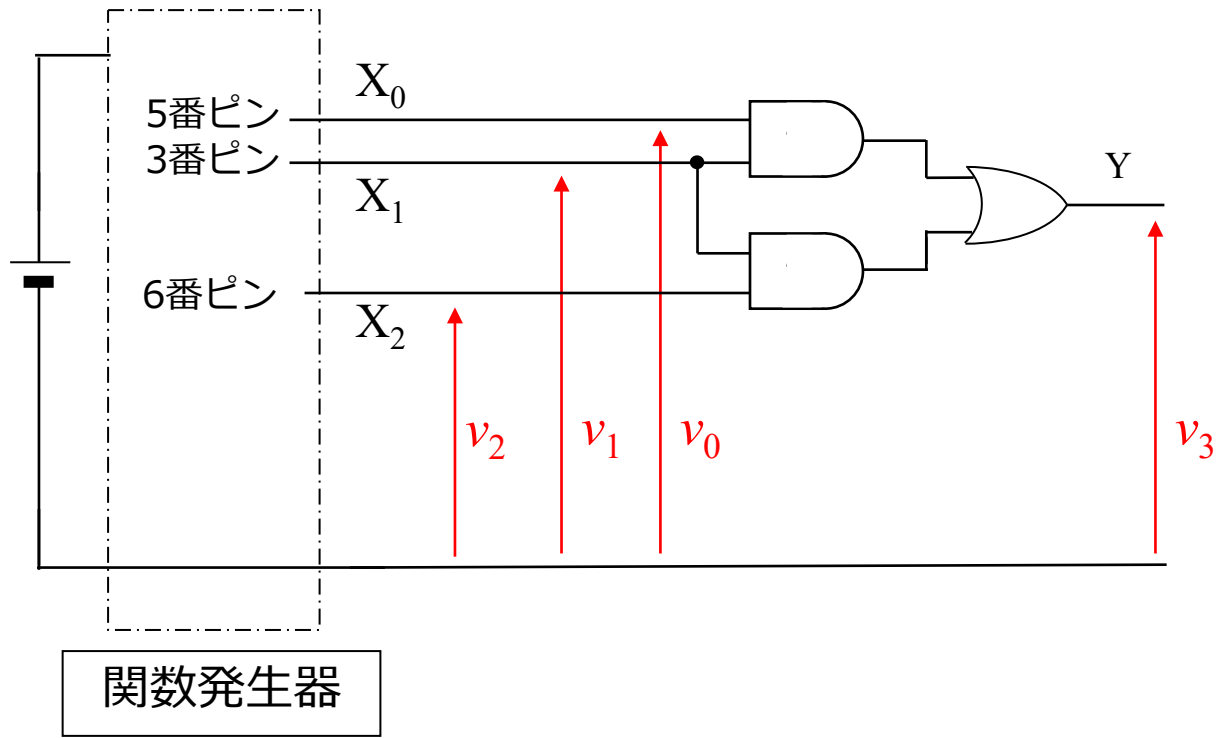
$X_2$	$X_1$	$X_0$	$Y$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1



タイムチャート

# 論理回路設計例

$X_2$	$X_1$	$X_0$	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1



タイムチャート

## STEP3 論理回路設計

製作演習 次の真理値表をAND回路2個, NOT回路1個を用いた論理回路で実現せよ。チェックを受ける際は, 論理式とその導出の過程と論理回路図を紙に書いて製作回路と一緒に提出すること。

$X_2$	$X_1$	$X_0$	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

ビデオ

[http://mybook-pub-site.sakura.ne.jp/digital\\_circuit/Exercise3/Exercise3.mp4](http://mybook-pub-site.sakura.ne.jp/digital_circuit/Exercise3/Exercise3.mp4)

**STEP3 レポート課題** 次の真理値表をAND, OR, NOT回路を用いた論理回路で実現せよ。論理式とその導出の過程と論理回路図を提出すること。  
 (締め切り：次回の講義開始時点)

**(ボーナス課題)** この論理回路を製作してTAのチェックを受ければ、小問1問につき+1点とする。(締め切り：次回の講義開始時点)

(1)

$X_2$	$X_1$	$X_0$	Y
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

AND 1個, OR 1個, NOT 2個  
 全部で4個以下であれば上記の限りではない。

(2)

$X_2$	$X_1$	$X_0$	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

AND 1個, OR 1個  
 全部で2個以下であれば上記の限りではない。